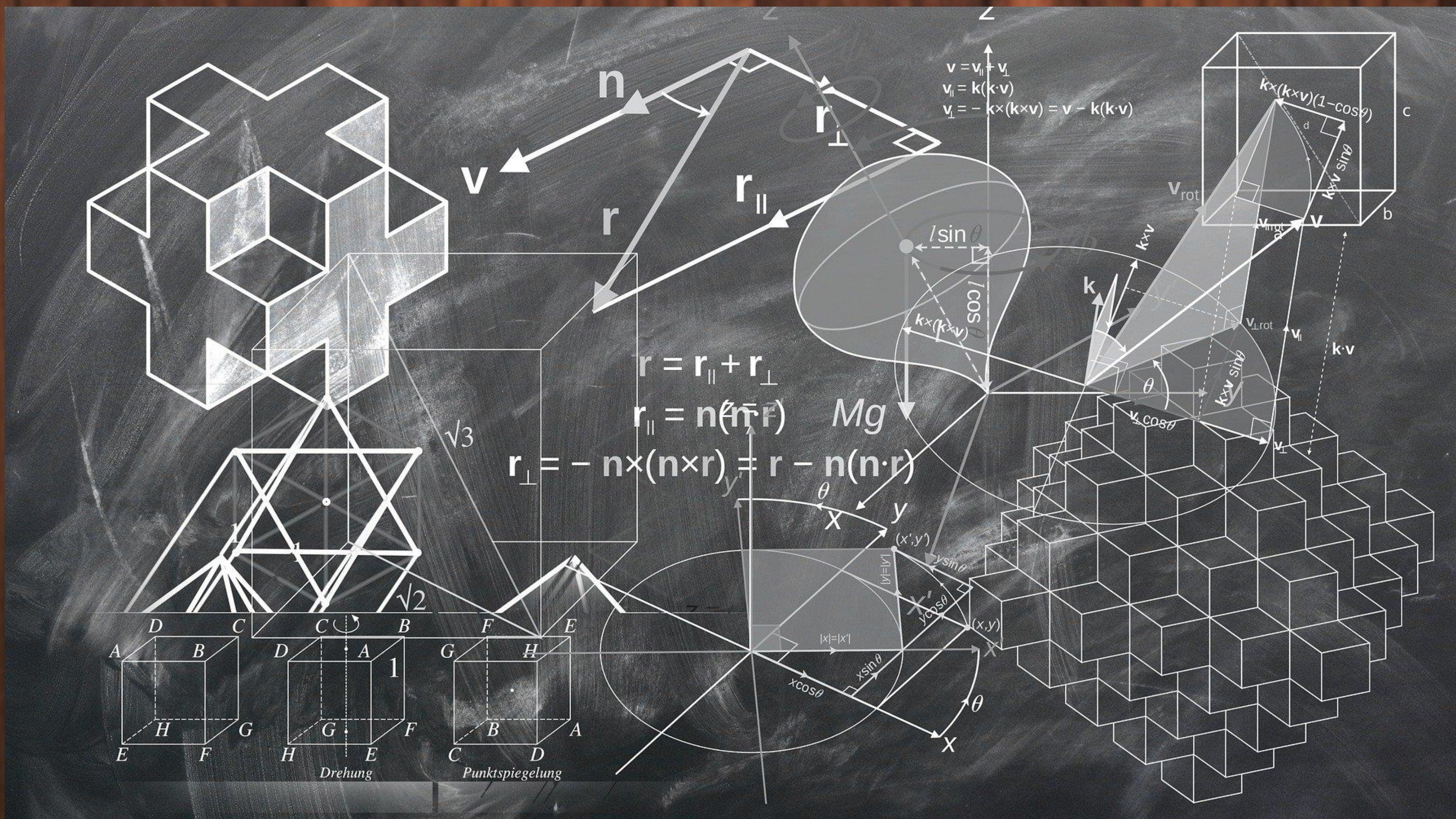
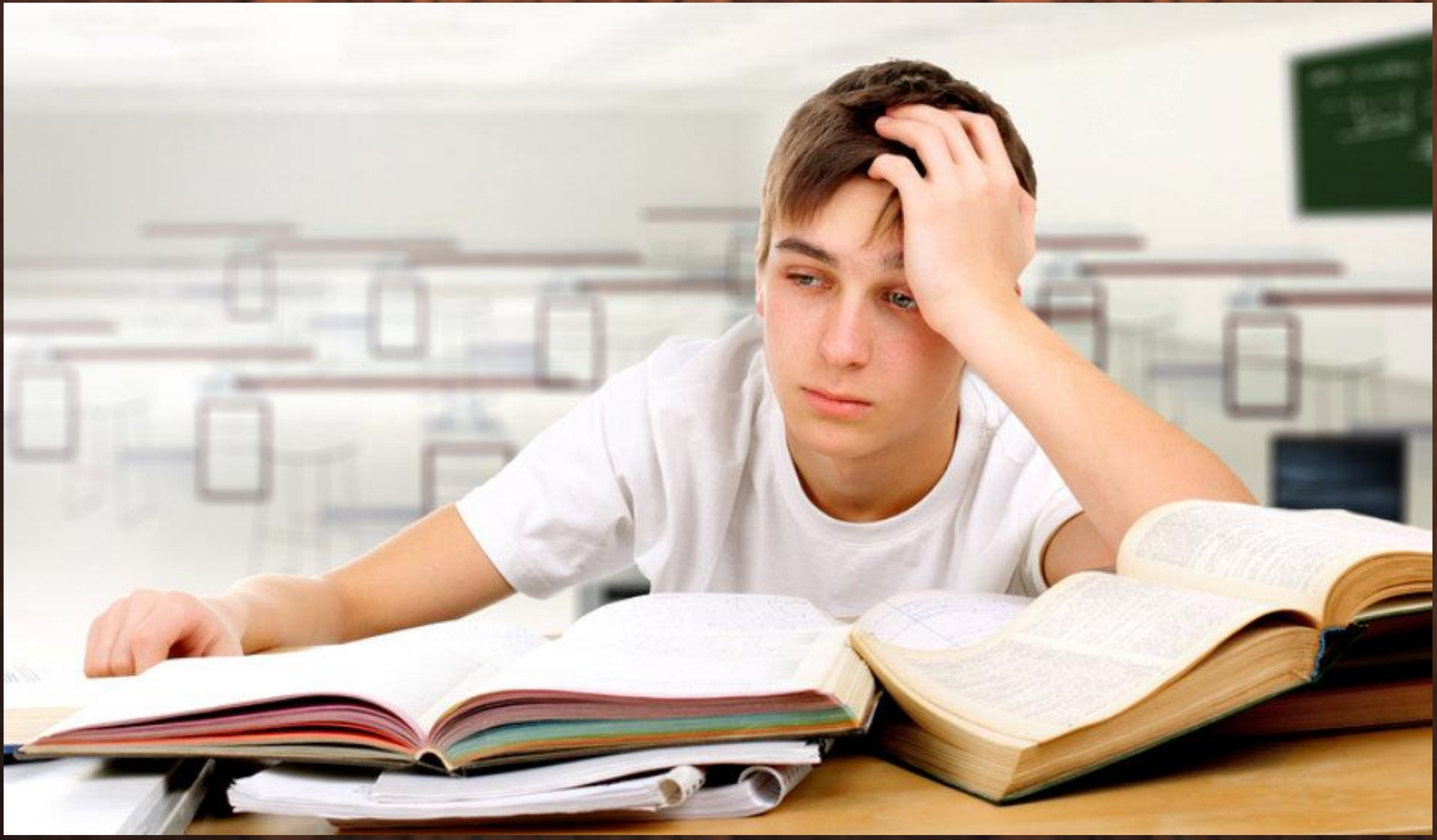
В мире сечений многогранников

Выполнила: Кожеватова Наталья Владимировна

Геометрия – раздел математики, изучающий пространственные структуры и отношения, а также их обобщения.



Актуальность изучения данной темы в том, что чаще всего именно геометрические задачи вызывают затруднения у школьников, выпускников, участников математических олимпиад.



Цель исследования:

Изучить различные методы построения сечений многогранников.

Задачи:

1. Классифицировать методы построения сечений многогранников

2. Изучить методы построения сечений многогранников

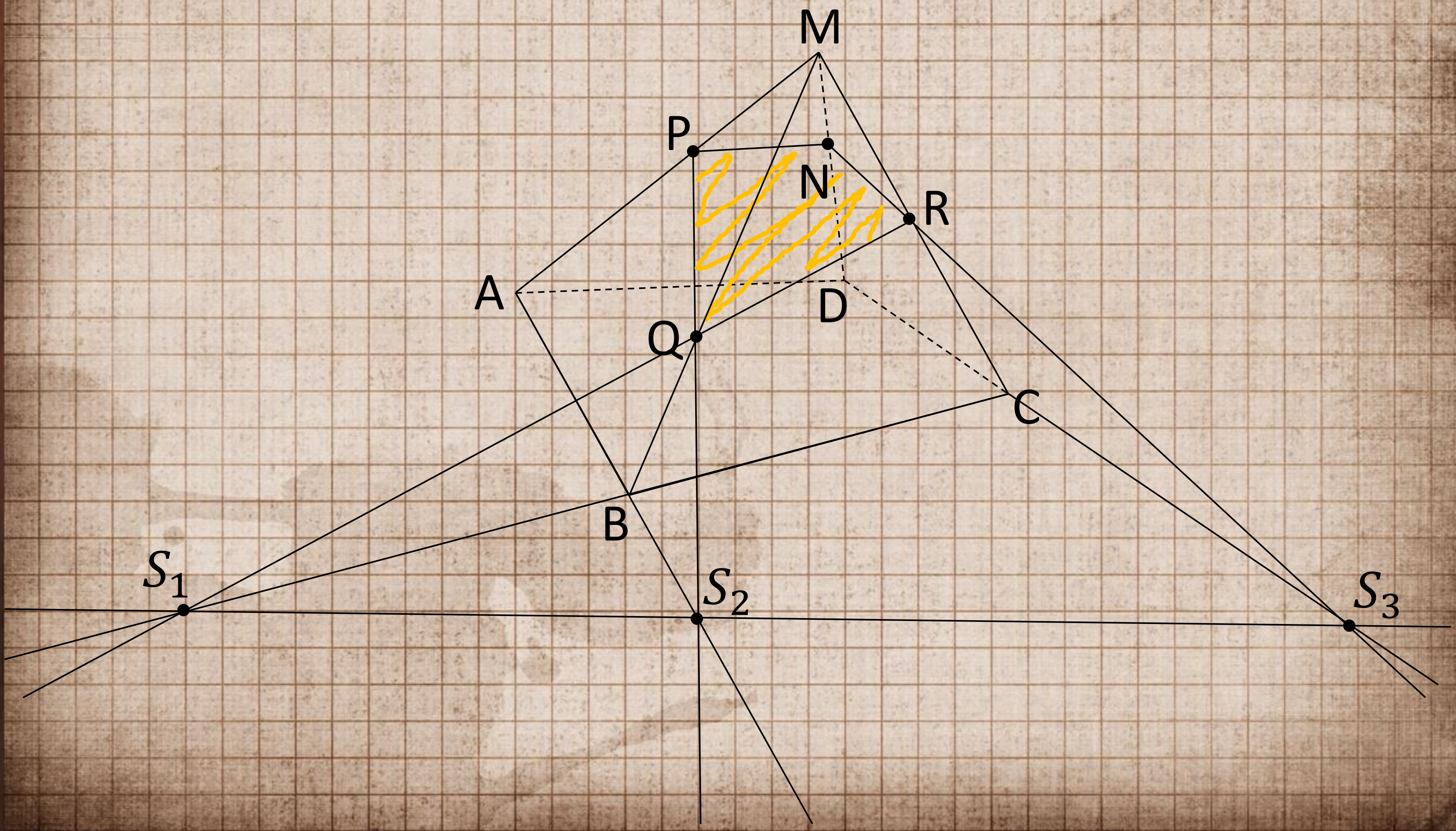
3. Применить полученные знания в решении задач из ЕГЭ

Методы построения сечений многогранников

Метод следов

Метод следов заключается в построении следов секущей плоскости на плоскость каждой грани многогранника. Следом называют прямую пересечения плоскости сечения и плоскости какой-либо грани многогранника.

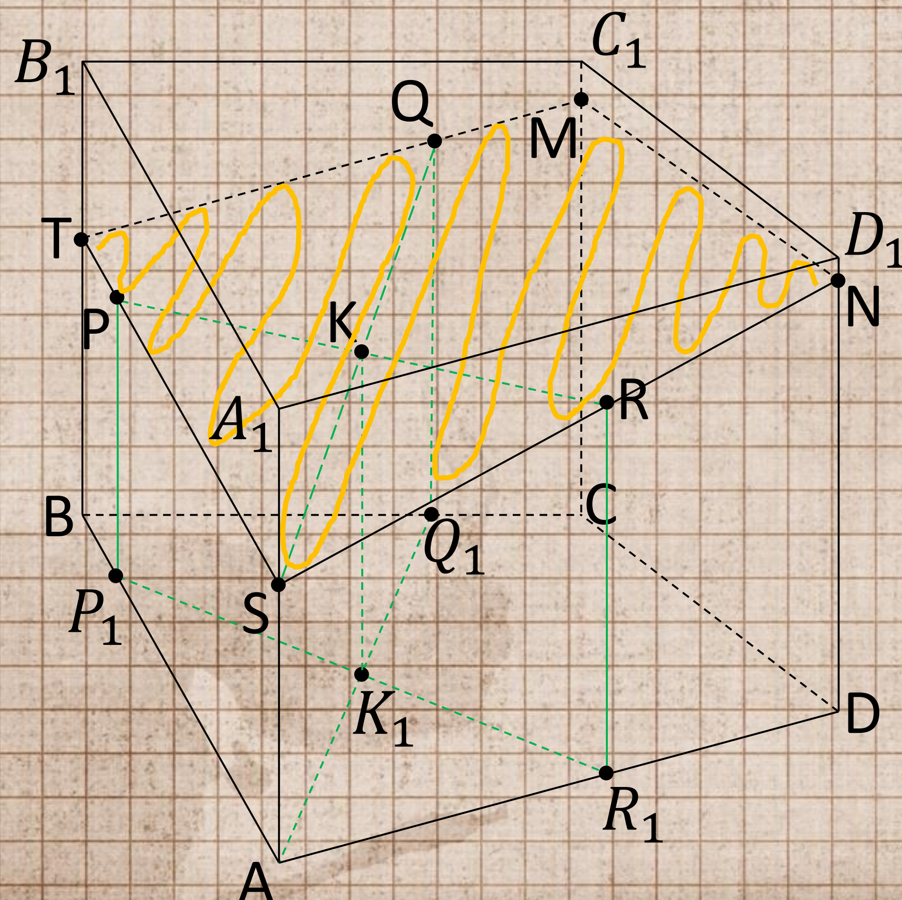
В четырехугольной пирамиде MABCD на ребрах MA, MB, MC заданы соответственно точки P,Q,R. Построить сечение пирамиды плоскостью PQR.



Метод внутренних проекций

Сущность метода внутренних проекций при решении задач на построение сечений заключается в том, что по проекциям точек секущей плоскости на основную плоскость находятся дополнительные точки секущей плоскости.

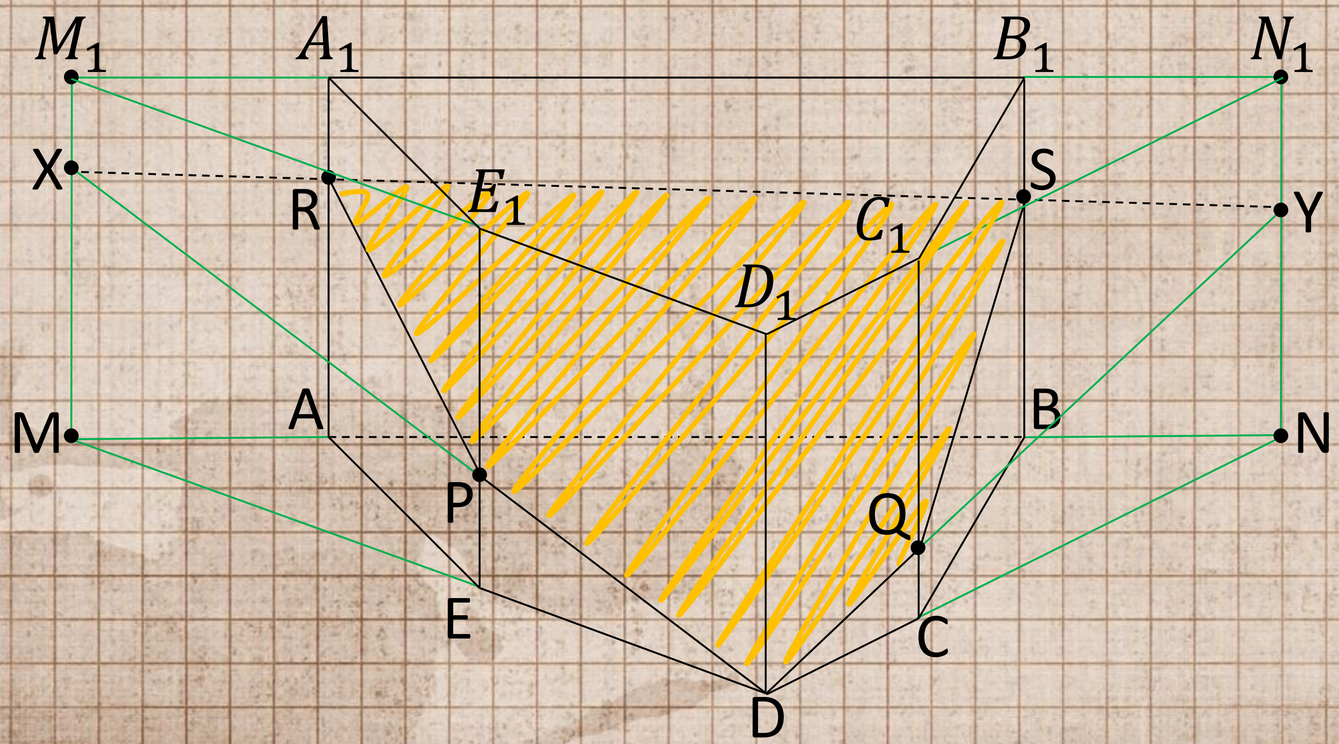
В четырехугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ заданы точки P, Q, R соответственно в гранях (ABB_1), (BCC_1), (ADD_1). Построить сечение плоскостью PQR.



Метод дополнения n-угольной призмы(пирамиды) до треугольной призмы(пирамиды)

Суть этого метода состоит в следующем: данную призму(пирамиду) достраиваем до треугольной призмы(пирамиды), строим сечение полученной треугольной призмы(пирамиды), искомое сечение получается как часть сечения треугольной призмы(пирамиды).

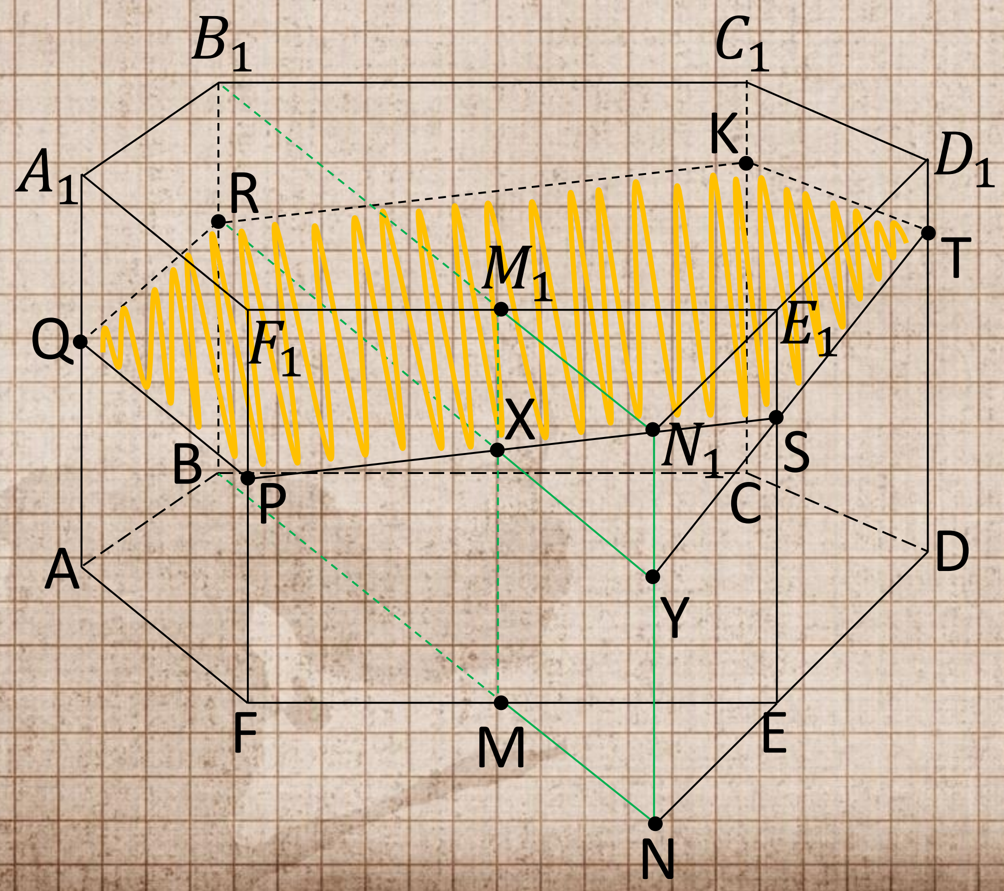
В пятиугольной призме $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$ на ребре EE_1 задана точка P, на ребре CC_1 точка Q. Построить сечение призмы плоскостью (PDQ).



Метод параллельных прямых

В основу этого метода положено свойство параллельных плоскостей: «Прямые, по которым плоскость пересекает данные параллельные плоскости, параллельны между собой».

В основании призмы лежит шестиугольник ABCDEF. На ребрах AA_1, BB_1, FF_1 заданы точки Q, R, P соответственно. Построить сечение призмы плоскостью PQR, есть BC||EF.



Метод переноса секущей плоскости

Суть этого метода состоит в следующем: строится такое вспомогательное сечение данного многогранника, которое удовлетворяет следующим требованиям:

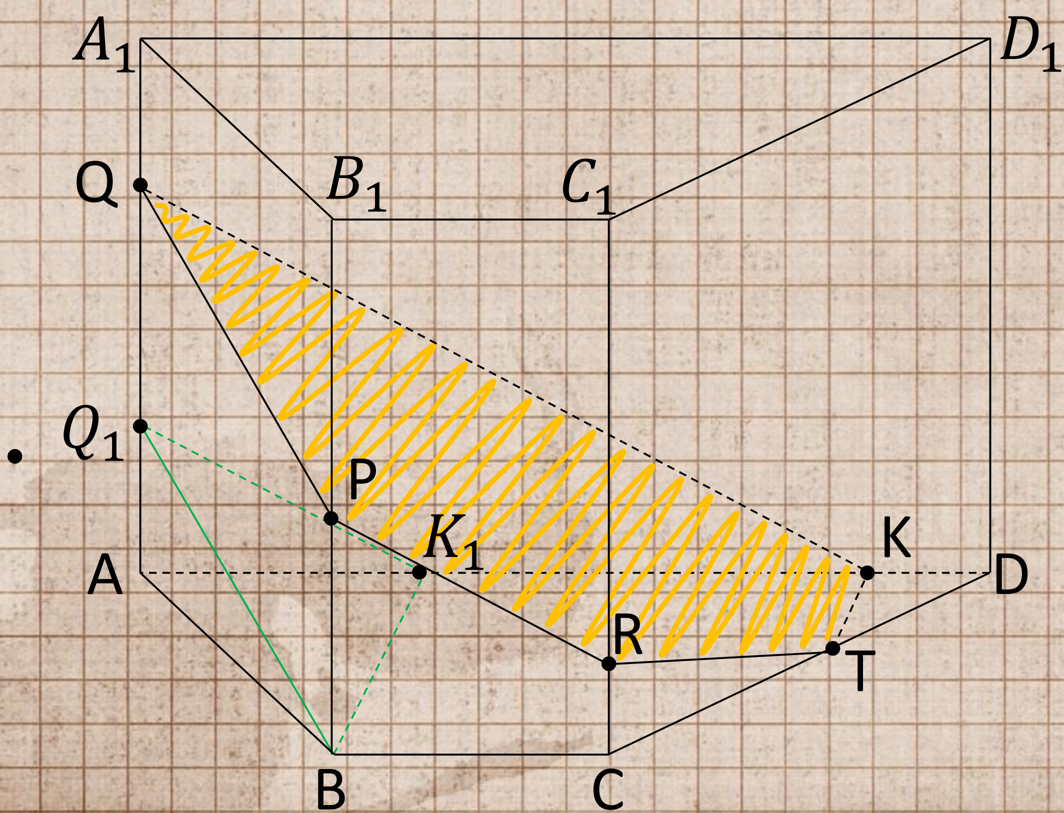
1) Оно должно быть параллельно секущей плоскости.
2) В пересечении с поверхностью данного многогранника образуется треугольник. После этого искомое сечение строится на основании свойств прямых, по которым две параллельные плоскости пересекаются третьей плоскостью.

В основании призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит трапеция ABCD, AD||BC, $\angle BAD=60^o$, AB=4, AD=12; На ребре AA_1 задана точка Q, на ребре AD-точка K, на ребре BB_1-точка P, причем AQ=6, AK=12, PB=4. Длина ребра AA_1 равна 12.

А) Построить сечение призмы плоскостью PQK.

Б) Найти угол образованный плоскостью сечения с плоскостью основания.

В) Найти расстояние от точки A до плоскости сечения.



Задачи из ЕГЭ на построение сечений многогранников

В правильной четырехугольной пирамиде *PABCD*, все ребра которой равны 4, точка *K* — середина бокового ребра *AP*.

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точку *K* и параллельной прямым *PB* и *BC*.

б) Найдите площадь сечения.

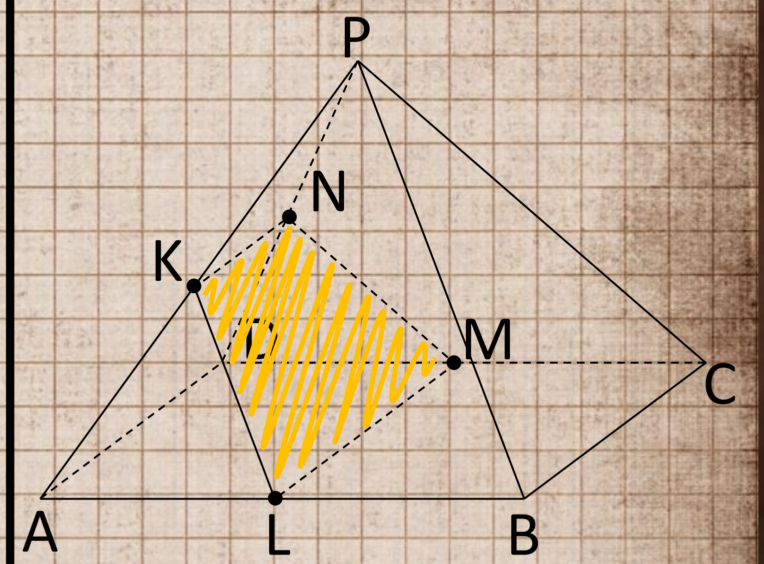
Таким образом, искомое сечение — трапеция *KLMN*.

а) В плоскости *ABP* через точку *K* проведем прямую, параллельную прямой *PB* до пересечения ее с прямой *AB* в точке *L* — середине *AB*.

В основании *ABCD* через точку *L* проведем прямую, параллельную прямой *BC* до пересечения ее с ребром *CD* в точке *M* — его середине.

По признаку параллельности прямой и плоскости плоскость *KLM* параллельна прямым *PB* и *BC*.

Прямая *LM* параллельна прямой *AD*, следовательно, она параллельна плоскости *APD*, а, значит, плоскость *KLM* пересекает плоскость *APD* по прямой, параллельной *LM* и пересекает ребро *PD* в его середине *N*.



В правильной четырехугольной пирамиде *PABCD*, все ребра которой равны 4, точка *K* — середина бокового ребра *AP*.

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точку *K* и параллельной прямым *PB* и *BC*.

б) Найдите площадь сечения.

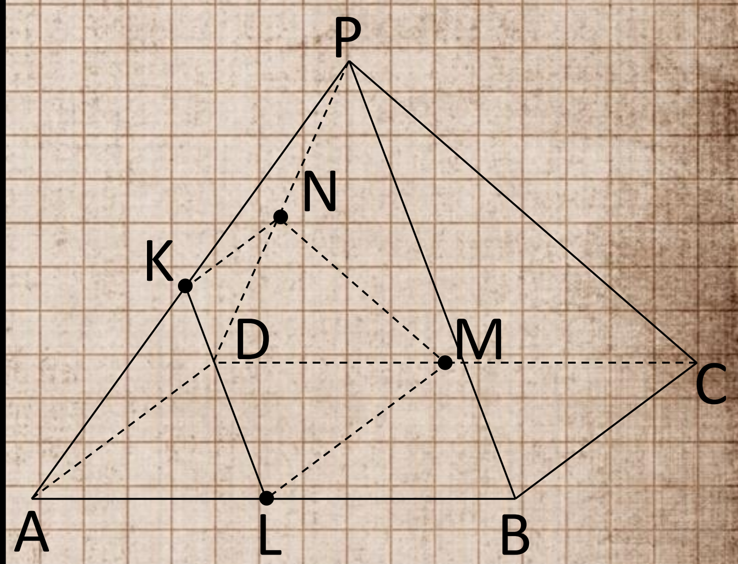
б) Отрезки *KL* и *MN* равны, как средние линии равных правильных треугольников *ABP* и *DCP*, а отрезок *LM* — средняя линия квадрата *ABCD*, следовательно, построенное сечение — равнобедренная трапеция, в которой *LM* = 4, *KL = KN = MN* = 2.

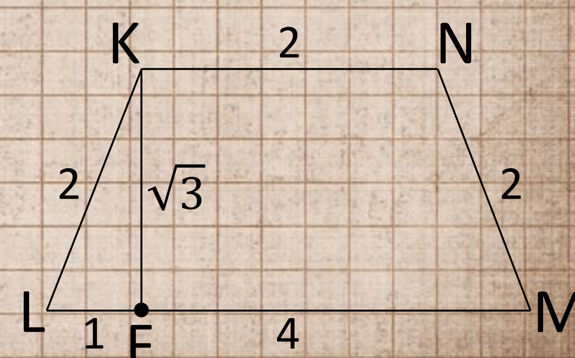
Проведем высоту *KF* этой трапеции.

Тогда LF = $\frac{LM-KN}{2}$ = 1 и из прямоугольного треугольника *KLF* находим $KF = \sqrt{KL^2 - LF^2} = \sqrt{3}$.

Окончательно получаем $S_{KLMN} = \frac{LM+KN}{2} * KF = 3\sqrt{3}$

Ответ: $3\sqrt{3}$





Конец